

ESTUDO DE FORMAS GEOMÉTRICAS EM FRUTAS: UMA PRÁTICA UTILIZANDO MODELAGEM MATEMÁTICA

Janaina de Ramos Ziegler

Marli Teresinha Quartieri

Eniz Conceição de Oliveira

Resumo:

Este artigo resulta de uma prática pedagógica desenvolvida a partir da proposta apresentada à disciplina de Pesquisa e Estágio Supervisionado do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates. O objetivo foi utilizar a metodologia da Modelagem Matemática para o estudo da geometria espacial com uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola particular. O estudo traz como aporte teórico ideias de Bassanezi (2011), Barbosa (2001) e Biembengut e Hein (2011). O problema de pesquisa consistia em determinar o volume da parte comestível de frutas, selecionadas pelos estudantes. Para isso, primeiramente os alunos as cortaram e mediram-

nas, de modo que estas pudessem ser comparadas com sólidos geométricos. Em seguida, confeccionaram textos e apresentaram seus resultados à turma. Com essa atividade, pode-se observar o comprometimento dos educandos no desenvolvimento das tarefas e também a compreensão dos conceitos geométricos utilizados. O trabalho se refere contexto relacionado ao ensino de ciências como, por exemplo, o papel do consumo de frutas para uma alimentação saudável.

Palavras – chave: Modelagem Matemática, Geometria Espacial, Ensino Médio.

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo descrever uma prática pedagógica realizada com alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola particular, localizada na cidade de Guaporé/RS. Os quais compunham uma turma de vinte e cinco educandos – quatorze meninos e onze meninas -, com idades entre 15 e 16 anos. Esses adolescentes apresentavam facilidade em manipular objetos eletrônicos, como: celulares, *tablets*, computadores, câmeras digitais, entre outros produtos em que a tecnologia é aplicada.

Na disciplina de Matemática, em especial em geometria, a turma apresentava dificuldade de reconhecer formas geométricas tridimensionais. Em vista disso, no decorrer do estudo das figuras geométricas espaciais, decidimos incorporar o uso da Modelagem Matemática. A decisão de usar essa metodologia deu-se ao fato de a professora titular da turma ser aluna do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates e por acreditarmos que, ao utilizá-la, estaríamos proporcionando aos educandos uma melhor compreensão em relação ao cálculo de volume de sólidos geométricos.

Dessa forma, apresentou-se aos educandos a seguinte pergunta: Como calcular o volume da parte comestível de frutas? Destacamos que o tema frutas foi escolhido devido a observação das conversas paralelas com os estudantes, nas quais, eles revelaram que não tinham o hábito de se preocupar com a alimentação. Além disso, ignoravam a importância da ingestão de frutas, verduras e legumes em sua dieta. A atividade proposta, ao contextualizar a atividade na discussão sobre o papel das frutas na alimentação saudável, relaciona-se com tópicos do currículo de ciências.

Assim, durante oito horas/aula os alunos realizaram as atividades considerando um conjunto de frutas: uva, carambola, morango, kiwi, mamão e banana. Como já haviam estudado área e volume de sólidos, os estudantes foram desafiados a utilizar o conhecimento adquirido nas aulas anteriores para determinar com qual sólido geométrico elas eram semelhantes

e, assim, calcular o volume da parte comestível da fruta designada ao seu grupo. Tendo por objetivos: empregar os conceitos de volume de sólidos geométricos para justificar o cálculo da parte comestível da fruta, e validar o cálculo do volume das frutas, utilizando fotos e ilustrações.

Nas seções posteriores, será apresentado o referencial teórico utilizado como base para o desenvolvimento das atividades, bem como a metodologia empregada e resultados oriundos desta prática pedagógica.

REVISÃO TEÓRICA

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), a matemática é uma forma de conhecer e agir no mundo, usando o conhecimento proporcionado por essa área para interagir no contexto social e cultural da sociedade (BRASIL, 1998). Dessa forma, a Modelagem Matemática pode ser uma alternativa para dar significado ao estudo da matemática. Segundo Bassanezi (2011, p.16), "a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real". Portanto, essa metodologia possibilita o estudo de assuntos de interesse dos alunos, que é traduzido para a linguagem matemática.

Para muitas crianças e adolescentes, realizar conexões entre os conceitos estudados em sala de aula e tarefas cotidianas é uma tarefa difícil, principalmente quando se trata da geometria espacial. Conforme os PCNs,

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida (BRASIL, 2006, p. 75).

Desse modo, com o auxílio dos conceitos de geometria espacial, anteriormente estudados em sala de aula, esperávamos que os alunos relacionassem a matemática formal com a prática proposta nesta atividade. E, como aponta Barbosa (2001), ao problematizar, o estudante cria perguntas e, na investigação, procura, seleciona, organiza e manipula informações, realizando uma reflexão sobre elas. Já o professor, conforme Burak (1992, p. 292-293), “tem o papel de mediador da relação ensino-aprendizagem isto é, orientador do trabalho, tirando as dúvidas, colocando novos pontos de vista com relação ao problema tratado [...]”.

Para Biembengut e Hein (2011), uma prática que utilize a Modelagem Matemática como metodologia segue uma série de procedimentos, sendo eles a interação, a matematização e o modelo matemático. O primeiro consiste na exploração do tema a ser trabalhado, realizando uma listagem de questões que podem ser relacionadas ao assunto estudado. Na matematização, são elaborados e resolvidos os problemas que tratam do tema em questão, assim como o desenvolvimento de

saberes necessários para determinar o modelo matemático que representa o problema. Neste estudo, o modelo matemático foi a forma geométrica que melhor interpreta o volume da fruta em estudo, ou seja, a parte comestível.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Inicialmente, a professora expôs aos alunos a proposta de ensino e os convidou a escolherem as frutas que gostariam de utilizar para desenvolver as atividades que seriam apresentadas posteriormente. Comentou que o objetivo das atividades seria determinar o volume da parte comestível das frutas escolhidas. Assim, os educandos se dirigiram à sala denominada “Incubadora de projetos”, organizados em grupos, designando-se a sua bancada, a qual continha a fruta anteriormente escolhida em sala de aula. Ao serem apresentados ao problema de pesquisa, iniciaram discussões sobre como poderiam solucioná-lo.

Neste momento, foi possível observar que, conforme Bassanezi (2011), os alunos estavam iniciando a sequência da elaboração de um trabalho de Modelagem Matemática, pois realizaram, nessa primeira aula, o que o autor denomina de experimentação, fase em que os estudantes obtêm os dados que serão utilizados no decorrer da pesquisa. Na fase seguinte, chamada abstração, eles tinham que determinar e/ou criar um modelo que pudesse traduzir o experimento anterior. Como já haviam estudado geometria espacial, especificamente o cálculo de volumes de sólidos geométricos, muitos, ao analisarem suas

frutas, identificaram semelhança entre os sólidos estudados e seus objetos de pesquisa.

Os estudantes fotografaram as frutas visando aperfeiçoar a visualização e também identificar qual forma geométrica melhor a representaria. Após essa análise, julgaram necessário cortá-las, pois, em alguns casos, como o do mamão, para determinar o volume de sua parte comestível, eles perceberam que teriam três partes. Duas delas possuíam o formato de cones e a outra, de cilindro.

Com a finalidade de realizar as medições, utilizaram diferentes instrumentos, como régua e paquímetro e esses dados foram devidamente registrados por fotografias. Em muitos casos, somente após visualizarem as fotografias, foi possível perceber que não haviam anotado os dados corretamente, ou que o posicionamento do paquímetro não estava adequado. Em seguida, começaram a realizar os cálculos para determinar a parte comestível das frutas.

No terceiro dia, foi realizada a elaboração do trabalho escrito. Nesse momento, os grupos utilizaram seus computadores (*notebooks* e *tablets*), e juntamente com a professora, decidiram quais elementos deveriam constar em suas produções textuais, sendo eles: introdução, desenvolvimento e considerações. A introdução poderia abordar conceitos alimentares da fruta, histórico, benefícios à saúde, entre outros itens. No desenvolvimento, estariam descrições de como foram efetuadas as medições para a realização dos cálculos, assim como a comparação da fruta com os sólidos geométricos. Assim como a validação dos cálculos, para o qual

os educandos optaram pela utilização do Princípio de Arquimedes. Nas considerações finais, os alunos poderiam relatar quais aspectos do trabalho mais gostaram e também sobre a Matemática desenvolvida a partir dessa temática.

No último dia, foram realizadas as apresentações dos trabalhos desenvolvidos. Nesse momento, os alunos relataram para os colegas como foi desenvolvida a pesquisa, expondo fotos e cálculos que demonstraram a validade do modelo adotado. Cada grupo teve em média dez minutos para apresentação e cinco para perguntas e esclarecimentos. A maioria dos grupos utilizou o programa *Prezi*¹, conforme o exemplo da figura 1.

Figura 1 - Apresentação do grupo Uva



Fonte: Elaborado pelos alunos

¹ Prezi é um programa para apresentação que utiliza movimento e zoom (www.prezi.com)

É importante destacar que, como as discussões sobre os trabalhos se prolongaram, sendo necessário mais um dia para finalizarmos as apresentações. E, conforme Biembengut e Hein (2011), a comunicação da pesquisa realizada para o restante da turma é muito importante, pois esta socialização promove interação entre os estudantes. Somente após todas as exposições, os alunos entregaram o trabalho escrito sobre a fruta estudada com o detalhamento dos procedimentos adotados. A avaliação dos educandos deu-se a partir da análise do envolvimento no decorrer do trabalho, assim como na apresentação (oral e escrita) da atividade para a turma.

CÁLCULO DO VOLUME DA PARTE COMESTÍVEL DE FRUTAS

A seguir, encontram-se algumas características expostas pelos grupos em seus projetos e também o desenvolvimento dos cálculos para a determinação do volume da parte comestível das frutas. Por questão de espaço apresentaremos apenas os resultados de três dos seis grupos.

O grupo que explorou o morango, inicialmente, mostrou a turma em quais produtos industrializados encontramos essa fruta no comércio. Fruta muito utilizada na produção de geleias e iogurtes no país, além de ser uma excelente fonte de vitamina C. De origem europeia, pertence à mesma família das rosas. Para obter essas informações técnicas, os estudantes declararam ter solicitado ajuda ao professor de Biologia e, com essa contribuição, integraram a disciplina ao projeto.

Quanto ao cálculo da parte comestível do morango, o grupo concordou que, diferentemente das demais equipes, realizaria o cálculo de duas frutas e depois efetuará uma média aritmética para obter um volume médio da fruta. Ademais, comentaram que deveriam identificar o volume de fruta contido em uma bandeja, embalagem que normalmente a fruta é comercializada na região, já que “ninguém come só um morango, o pessoal come o que tem numa bandeja” (relato de um dos componentes da equipe). O grupo percebeu que, no morango, aparecem as seguintes formas geométricas: cone, meia esfera e cilindro. A seguir, a descrição das medições e cálculos efetuados pelos estudantes.

Morango 1

Corte 1: Formato de cone: diâmetro 1,6 cm, altura 1,0 cm, volume $0,67 \text{ cm}^3$

Corte 2: Formato e meia esfera: diâmetro 2,5 cm, volume $4,09 \text{ cm}^3$

Corte 3: Formato de cilindro: diâmetro 2,5 cm, altura 0,7 cm, volume $3,43 \text{ cm}^3$

Volume Total do Morango 1: $8,19 \text{ cm}^3$.

Morango 2

Corte 1: Formato de cone: diâmetro 0,8 cm, altura 0,8 cm, volume $0,134 \text{ cm}^3$

Corte 2: Formato e meia esfera: diâmetro 2,1 cm, volume $2,423 \text{ cm}^3$

Corte 3: Formato de cilindro: diâmetro 2,1 cm, altura 0,5, volume $1,73 \text{ cm}^3$

Volume Total do Morango 2: $4,287 \text{ cm}^3$.

Realizando a média entre o volume do morango 1 e o do 2, obteve-se o tamanho, considerado pelos alunos como representante da bandeja de morangos. Desse modo, tendo o volume médio de um morango como $6,2385 \text{ cm}^3$ e 20 destes na embalagem, o volume total da parte comestível das frutas contidas no recipiente foi de $124,77 \text{ cm}^3$. No entanto, quando utilizaram o Princípio de Arquimedes, os educandos perceberam que tiveram uma diferença significativa entre os valores obtidos matematicamente e os apresentados no descolamento da água. O resultado apresentado pelo método exibiu 215 ml de diferença após a submersão dos morangos no recipiente de medição. Isso ocorreu, segundo eles, porque fizeram uma média e algumas das frutas eram bem grandes e outras muito pequenas. O fato acorda com as palavras de Burak (1992, p. 314)

Na Modelagem Matemática não existe o modelo "certo" ou "errado" ou modelo "verdadeiro" ou "falso"; existe o modelo "mais" ou "menos" refinado, e isto é muito diferente de estar "certo" ou "errado". Um modelo é mais refinado quando diz mais a respeito do objeto de estudo, é de prever com maior exatidão, pois relaciona mais variáveis significativas do problema.

A uva, conforme relato do grupo que a estudou, possui um formato arredondado ou elipsoide e, dependendo da espécie, pode ser preta, rosada ou verde. As grandes regiões

produtoras brasileiras são as de São Paulo, Paraná, Rio Grande do Sul, Santa Catarina, Pernambuco e Bahia. Os frutos podem ser usados na fabricação de vários produtos, como geleias, sucos, sorvetes e refrigerante entre outros. Na serra gaúcha, é muito comum a produção e consumo de uvas, tanto que foi criada a Região Turística da Uva e do Vinho, composta por 47 municípios, entre eles a cidade de Guaporé, localidade que conta com duas vinícolas produtoras de vinhos e espumantes reconhecidas nacionalmente.

Para a realização dos cálculos da parte comestível da fruta, os estudantes procederam conforme o trecho apresentado na produção textual:

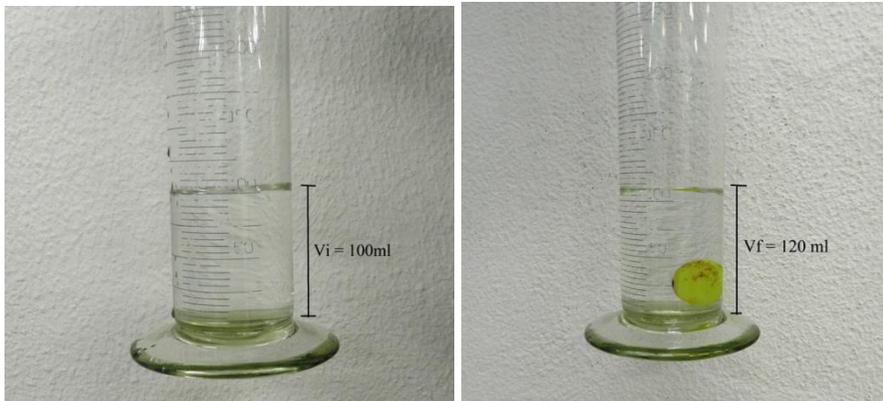
Após diversas análises e experimentos, observamos que a uva se assemelha com uma esfera, no caso, imperfeita, por apresentar formato arredondado ou esférico. Possui diâmetro medindo $2,5 \text{ cm}$. O cacho em análise possuía 52 grãos, então o volume final será do cacho.

A medida do volume da uva foi realizada através da equação das esferas, assim tivemos como resultado que uma uva tem $8,17 \text{ cm}^3$ de parte comestível e como o cacho possuía 52 grãos o volume total é $424,84 \text{ cm}^3$ (grupo da uva).

Os alunos consideraram que, nesse caso, não seria necessária a retirada da casca e sementes da uva, diferentemente das demais frutas. Também apresentaram os

resultados obtidos utilizando o princípio de Arquimedes, de acordo com a ilustração da figura 2:

Figura 2 - Fotografia apresentada pelo grupo no trabalho escrito.



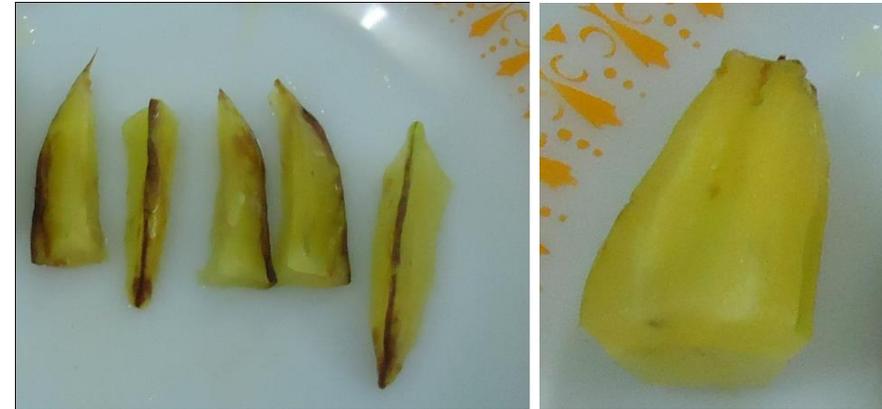
Fonte: Elaborado pelos alunos

Os educandos não perceberam que o recipiente utilizado está graduado a cada 5 ml, como é possível observar na fotografia da figura 3. Assim, informaram que o deslocamento de água foi de 20 ml e não 10 ml como se pode notar.

Em relação à fruta carambola, o grupo declarou que seu nome científico é *Averrhoa Carambola*. Além disso, é conhecida como a fruta estrela, devido à sua forma estrelada quando se corta no sentido transversal. Ela é muito utilizada na decoração de pratos de carne, sobremesas, tortas ou bebidas espumosas, *cocktails* e ponches. Rica em vitamina C e minerais, como o cálcio, magnésio e fósforo, produzida em países, como Malásia, Tailândia, Indonésia e Brasil, já que é considerada uma fruta tropical. A carambola foi cortada de

forma a se obterem pirâmides triangulares e troncos de pirâmides, conforme figura 3.

Figura 3 - Cortes realizados na carambola



Fonte: Elaborado pelos alunos

Cada uma das pirâmides (10 no total) apresentava, aproximadamente, aresta de base 1,2 cm; altura 5 cm; volume 0, 873 cm³. Considerando as dez, o volume total foi 87, 3 cm³. Os troncos tinham, mais ou menos, altura de 5cm; área da base menor, 4,5 cm² e área da base maior, 23,85 cm². Assim,

$$V = \frac{h}{3} \cdot (S_B + \sqrt{S_B \cdot S_b} + S_b)$$

utilizando a fórmula , onde V é o volume do tronco, h altura do tronco, S_B área da base maior e S_b área da base menor, obtiveram um volume de 64,5cm³. Como possuíam dois troncos, os alunos dobraram o valor e alcançaram um volume total de 129 cm³. Assim, a parte comestível totalizou 216, 3 cm³, mas esse resultado não

correspondeu ao ser comparado com os 180 ml obtidos utilizando o método de Arquimedes. Cabe destacar que a busca pelas informações pertinentes ao cálculo do tronco de pirâmide foi realizada pelos educandos com a orientação da professora pesquisadora, por não ser um conteúdo estudado na série em que a prática foi desenvolvida.

Foi gratificante perceber que muitos alunos interagiram de forma curiosa, demonstrando preocupação em organizar o trabalho e que não foi abordado somente o conteúdo de matemática. Nas apresentações, conhecimentos de outras áreas foram contemplados, tais como das Ciências da Natureza e Humanas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a utilização da metodologia da Modelagem Matemática, percebemos que os alunos conseguiram identificar sólidos geométricos que podem ser utilizados para determinar o volume da parte comestível de uma fruta. Cabe destacar a postura dos estudantes perante uma metodologia nunca antes trabalhada em sala de aula. Foram notórios o envolvimento e a dedicação da maioria na resolução das atividades, principalmente no momento de decidir quais elementos o trabalho escrito deveria conter, assumindo o papel de sujeitos do aprendizado.

Uma das dificuldades encontradas foi em relação à importância da precisão no momento da coleta das medidas.

Muitos discentes não compreendiam que, para determinar o volume da fruta e, posteriormente, a verificação com o Princípio de Arquimedes, haveria diferenças significativas. Mesmo com as recomendações da professora, um dos grupos não atentou a esse fato e, ao apresentar sua pesquisa aos demais, relatou essa diferença.

Cabe ainda expor percepções gerais sobre a metodologia da Modelagem Matemática e o papel do professor. Ao trabalhar com uma turma em que cada grupo tinha seu modelo a criar, o papel da professora pesquisadora foi de questionadora e orientadora. O fato corrobora com as ideias de Burak (1992) em relação ao papel do professor quando é usada a Modelagem Matemática em uma prática pedagógica. Durante a atividade aqui apresentada, a função da docente foi de instigar alguns grupos sobre a possibilidade de sua fruta conter mais de uma figura geométrica, além de orientá-los na elaboração de um texto coerente, indagando-os sobre os resultados obtidos e a importância de realizar medições as mais próximas possíveis.

Não menos importantes foram as relações que a atividade permitiu estabelecer com conteúdos curriculares da Física (princípio de Arquimedes), Biologia (princípios de uma alimentação saudável e o estímulo ao consumo de frutas) e Geografia (ampliação do conhecimento dos estudantes acerca da origem das frutas, principais regiões produtoras e produtos derivados).

Referências

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática:** concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253 f. Tese (Doutorado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática:** uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino.** 5ª. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias** – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2) Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf> Acesso em: 07 set. 2013.

BURAK, D.. **Modelagem Matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Campinas. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1992.

Sobre as autoras

Janaina de Ramos Ziegler

Professora de Educação Básica, mestranda do programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciência Exatas do Centro Universitário Univates e bolsista discente do Observatório da Educação intitulado “Estratégias Metodológicas visando à Inovação e Reorganização Curricular no Campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental”.

E-mail: janarziegler@gmail.com

Marli Teresinha Quartieri

Professora Regente da disciplina Pesquisa e Estágio Supervisionado do programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates.

E-mail: mtquartieri@univates.br

Eniz Conceição de Oliveira

Professora Regente da disciplina Pesquisa e Estágio Supervisionado do programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates.

E-mail: eniz@univates.br

STUDY OF GEOMETRIC SHAPES IN FRUIT: A PRACTICAL ACTIVITY USING MATHEMATICAL MODELING

Abstract

This article results from a pedagogical practice developed from the proposal submitted to the module "Research and Teaching Practice" in the Master in University Center Univates. The goal was to use the methodology of Mathematical Modeling to study the spatial geometry with a class of 2nd year of high school at a private school. The study brings as the theoretical ideas Bassanezi (2011), Barbosa (2001) and Biembengut and Hein (2011). The research problem was to determine the volume of the edible portion of fruits, selected by the students. To do this, first the students measured and cut them, so that they could be compared with geometric solids. Then sewed texts and presented their results to the class. With this activity, it can be seen the engagement of the students in the development of tasks and also the understanding of geometrical concepts used. The activity refers to a science education related contexts like, for instance, the consumption of fresh fruits healthy eating.

Keywords: Mathematics, Space Geometry, High School.